



Multiplicité des solutions en convection naturelle dans une géométrie répétitive

A. AMAHMID, M. HASNAOUI

Département de Physique, Faculté des Sciences Semlalia, B.P. S-15 Marrakech, Maroc

et

P. VASSEUR

Ecole Polytechnique de Montréal, C.P. 6079, Suc. "Centre-Ville", Montréal, P.Q. Canada, H3C 3A7

(Reçu 18 juillet 1995 et sous forme finale 20 janvier 1997)

Résumé—Dans le présent travail on étudie numériquement l'écoulement et le transfert de chaleur induits par convection naturelle stationnaire dans un canal horizontal, infini et comportant un nombre indéfini de blocs rectangulaires uniformément répartis sur sa paroi inférieure (géométrie répétitive). Les blocs sont chauffés à une température constante T_C' et connectés par des surfaces adiabatiques. La paroi supérieure du canal est maintenue à une température uniforme T_F ($T_F < T_C'$). Le fluide caloporteur est l'air ($Pr = 0.72$). Les paramètres de l'étude sont le nombre de Rayleigh ($10^2 \leq Ra \leq 5 \times 10^6$) et la hauteur relative des blocs ($1/8 \leq B = h'/H' \leq 1/2$). L'étude porte essentiellement sur l'influence du choix du domaine de calcul sur la multiplicité des solutions. L'effet de chaque solution sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur est étudié. Cette investigation montre que la symétrie de l'écoulement n'est pas toujours préservée bien que les conditions aux limites du problème soient symétriques. Pour un ensemble donné de paramètres de base, le transfert de chaleur peut subir des différences allant jusqu'à 25% entre deux solutions multiples. © 1997 Elsevier Science Ltd.

1. INTRODUCTION

La convection naturelle dans des cavités fermées a reçu une attention très particulière depuis de nombreuses années, notamment dans le cas des configurations avec chauffage vertical. Cela est dû à son importance pratique dans divers problèmes rencontrés dans le domaine de l'ingénierie. La convection naturelle dans des cavités semi-ouvertes, bien que très peu documentée comparée à la convection naturelle dans des cavités fermées, a récemment fait l'objet de quelques travaux malgré les difficultés rencontrées dans les simulations numériques et qui proviennent essentiellement de la méconnaissance des conditions aux limites à l'ouverture. Pour contourner ces difficultés, on a souvent eu recours à des domaines de calculs étendus utilisant des maillages encombrants. Les motivations derrière l'étude du transfert de chaleur dans ces configurations sont essentiellement dictées par l'importance qu'elles revêtent dans divers domaines d'ingénierie comme les capteurs solaires, les thermosyphons, la conservation de l'énergie dans le domaine de l'habitat et le contrôle du refroidissement des composants électroniques. Dans ce dernier domaine, le développement rapide que connaît actuellement la technologie des systèmes électroniques résulte en des montages et des équipements de plus en plus compacts, qui comportent en général un ensemble de plaques planes sur lesquelles sont implantées des séries de petits compo-

sants de forme parallélépipédiques. L'énergie dissipée par ces composants doit être évacuée pour éviter des surchauffes pouvant causer leur endommagement. Dans le cas des puissances relativement faibles, la convection naturelle peut être un moyen fiable et économique pour réaliser cette tâche, d'autant plus qu'elle est autonome. D'où la justification de l'intérêt de l'étude de la convection naturelle dans un canal muni de blocs rectangulaires sur une de ses faces internes. Cette configuration, bien que moins étudiée comparée aux autres, reçoit actuellement une attention de plus en plus grandissante. Parmi les investigations réalisées dans ce cadre on peut noter les travaux de Moffat et Ortega [1] qui ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur induit par convection naturelle dans un canal vertical comportant des blocs cubiques sur l'une de ces faces. Leur étude a montré que le transfert de chaleur dépend fortement de la hauteur des blocs et de la distance qui les sépare. Lin et Hsieh [2] ont étudié expérimentalement la convection naturelle dans deux canaux formés par trois plaques parallèles et verticales où des blocs chauffants ont été régulièrement répartis sur deux de ces plaques de façon à former huit blocs par canal. Les plaques extrêmes sont reliées par une paroi horizontale. La communication entre les deux canaux est assurée à l'aide d'une ouverture aménagée entre la plaque centrale et la paroi horizontale inférieure. Les ouvertures supérieures assurent la communication avec l'ambiance. Le

NOMENCLATURE

<i>A</i>	paramètre géométrique (L'/H')	<i>t</i>	temps adimensionné ($t'\alpha/H'^2$)
<i>B</i>	paramètre géométrique (h'/H')	<i>u, v</i>	vitesses adimensionnées selon les axes
<i>C</i>	paramètre géométrique (l'/H')	<i>x, y</i>	x et y ($(u', v')H'/\alpha$)
<i>g</i>	accélération de la pesanteur		coordonnées adimensionnées (($x', y')$ /H').
<i>h'</i>	hauteur des blocs		
<i>H'</i>	hauteur du canal		
<i>l'</i>	distance entre les blocs (largeur des blocs)		
<i>L'</i>	largeur du plus petit domaine représentatif		
<i>Nu</i>	nombre de Nusselt, équation (7)		
<i>Pr</i>	nombre de Prandtl (ν/α)		
<i>Q</i>	densité de flux thermique		
	adimensionné à travers la paroi froide		
<i>Ra</i>	nombre de Rayleigh ($g\beta\Delta T H'^3/(\nu\alpha)$)		
<i>Ra_t</i>	nombre de Rayleigh de transition vers la convection instationnaire		
<i>T</i>	température adimensionnée (($T' - T'_F$)/ $\Delta T'$)		
<i>T_C</i>	température des faces chaudes		
<i>T_F</i>	température de la paroi froide		
$\Delta T'$	différence de température ($T'_C - T'_F$)		
			Lettres grecques
		α	diffusivité thermique
		β	coefficient d'expansion volumique
		ν	viscosité cinématique
		ρ	masse volumique du fluide
		Ψ	fonction de courant adimensionnée, Ψ'/α
		Ω	vorticité adimensionnée, $\Omega'H'^2/\alpha$.
			Indices supérieurs
		'	variables dimensionnées.
			Indices inférieurs
		C	paroi chaude ou conduction
		F	paroi froide
		max	valeur maximale
		min	valeur minimale
		ext	valeur extrémale.

chauffage des blocs est réalisé en imposant des flux de chaleur constants. Le nombre de Ra , basé sur la largeur d'un canal, est compris entre 1.8×10^5 et 8.9×10^5 . L'influence de Ra sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur a été étudiée. La dissymétrie géométrique du problème fait que les deux canaux montrent des phénomènes complètement différents. L'écoulement principal a été observé descendant dans un canal et descendant dans l'autre. Il a été même constaté que dans certaines conditions l'écoulement pouvait être laminaire dans un canal et turbulent dans l'autre.

Pour le cas d'un canal incliné on peut citer l'étude de Raji *et al.* [3]. Ces auteurs ont examiné la convection mixte dans un canal de longueur finie, contenant deux blocs adiabatiques et chauffé discrètement par le bas à l'aide d'une température constante. Les paramètres considérés dans cette étude sont les nombres de Reynolds et Rayleigh, l'inclinaison du canal et la hauteur relative des blocs. Les résultats trouvés ont montré qu'il est possible de contrôler le transfert de chaleur à travers la paroi froide et à travers la sortie du canal pour des combinaisons adéquates des paramètres de contrôle. Les études portant sur un canal horizontal sont également rares. Les principales investigations concernant de telles configurations sont dues à Jacobs *et al.* [4, 5]. En effet, Jacobs et Mason [4] ont considéré le cas d'une masse fluide de grande épaisseur remplissant l'espace au dessus des cavités, ce qui correspond

à un canal comportant des blocs sur sa paroi inférieure et dont la paroi supérieure est rejetée à l'infini. Les bas des cavités est supposé isotherme et les parois latérales sont considérées adiabatiques ou isothermes. Le problème a été étudié expérimentalement et numériquement pour un nombre de Grashof Gr variant de 1 à 10^5 . Le même problème a été repris ensuite par Jacobs *et al.* [5] dans le cas où le bas des cavités est chauffé à l'aide d'un flux de chaleur constant. Ils ont montré que ce mode de chauffage favorise la création des cellules de recirculation et que le transfert de chaleur est considérablement différent de celui correspondant à une température constante. Récemment, une étude numérique a été menée par Hasnaoui *et al.* [6] dans une géométrie similaire constituée d'une infinité de cavités ouvertes chauffées par le bas (température constante) et couvertes par un plan horizontal froid. Cette géométrie peut être assimilée à celle d'un canal horizontal où des blocs rectangulaires isolants et identiques sont disposés à intervalles réguliers sur sa paroi inférieure. L'influence de la hauteur relative des blocs et du nombre de Rayleigh sur les comportements dynamique et thermique du fluide a été étudiée. Les calculs sont effectués sur le plus petit domaine représentatif du système en exploitant la périodicité de la géométrie et des conditions aux limites. Les résultats obtenus ont montré que la hauteur des blocs a une influence considérable sur le maintien ou la destruction

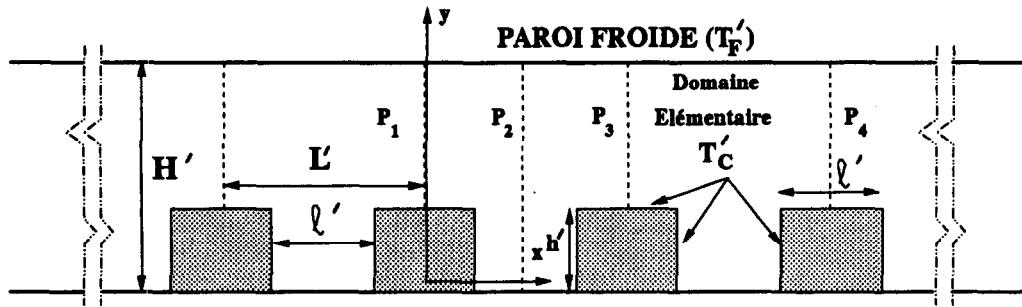


Fig. 1. Configuration étudiée.

tion de la symétrie de l'écoulement ainsi que sur la transition vers des régimes oscillants de façon périodique ou chaotique. Aux vues de ces résultats il semble qu'un meilleur enrichissement des connaissances concernant les phénomènes de la convection naturelle dans un canal horizontal muni de blocs rectangulaires nécessite un examen détaillé de l'influence des conditions aux limites thermiques et des paramètres géométriques. Ainsi, l'objectif de la présente étude consiste à modéliser numériquement le problème de la convection naturelle dans un canal horizontal de longueur infinie et comportant une infinité de blocs chauffants isothermes et régulièrement disposés sur sa paroi inférieure. Dans cette étude une attention particulière est accordée à l'influence du choix du domaine de calcul sur la multiplicité des solutions obtenues et sur leur stabilité. Les transitions de chaque type de solution vers des régimes oscillants et les nombres de Rayleigh critiques à partir desquels ces différentes transitions s'effectuent feront aussi partie des objectifs de cette étude.

2. CONFIGURATION GÉOMÉTRIQUE ET MODÈLE MATHÉMATIQUE

La configuration étudiée est présentée sur la Fig. 1. Il s'agit d'un canal horizontal de longueur infinie comportant une infinité de blocs chauffants maintenus à une température constante T_C' (température chaude) et disposés à intervalles réguliers sur sa paroi inférieure. Les portions restantes sur cette paroi sont adiabatiques. La paroi supérieure du canal est maintenue à une température constante T_F (température froide) et elle est placée à une hauteur H' de la paroi inférieure. Vue la nature périodique du problème et des conditions aux limites imposées, on peut subdiviser le domaine en une infinité d'éléments identiques appelés modules élémentaires ou domaines simples (DS) de longueur L' chacun. L'étude du problème peut ainsi être menée sur un DS compris entre les plans fictifs P_1 et P_3 (Fig. 1). Une telle technique a été utilisée par Hasnaoui *et al.* [6] pour étudier la convection dans une géométrie similaire. Cependant, lorsqu'il y a possibilité de l'existence de solutions multiples, le choix

d'un tel domaine demeure inapproprié pour la détermination de certaines solutions du problème. Ainsi, un autre domaine limité par les plans fictifs P_1 et P_4 a été considéré. Ses dimensions sont deux fois celles du domaine simple et il sera appelé domaine double (DD). Pour simplifier le problème on suppose que les blocs sont suffisamment longs dans la direction normale au plan d'étude de façon à ce que l'écoulement puisse être considéré bidimensionnel. Le fluide caloporteur (air) est supposé incompressible et obéissant à l'approximation de Boussinesq. Les équations adimensionnelles gouvernantes en formulation vorticité-fonction de courant sont :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial u \Omega}{\partial x} + \frac{\partial v \Omega}{\partial y} = -RaPr \frac{\partial T}{\partial x} + Pr \left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial u T}{\partial x} + \frac{\partial v T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\Omega \quad (3)$$

$$u = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad v = \frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (4)$$

L'adimensionnalisation des équations précédentes est effectuée comme suit :

$$\left. \begin{aligned} (x, y) &= (x', y')/H'; \quad (u, v) = (u', v')/(\alpha/H') \\ T &= (T' - T_F)/\Delta T'; \quad \Delta T' = T_C' - T_F \\ t &= t'/\alpha/H'^2; \quad \Psi = \Psi'/\alpha; \quad \Omega = (\Omega'/H'^2)/\alpha \\ Ra &= \frac{g\beta\Delta TH'^3}{\alpha\nu}; \quad Pr = \nu/\alpha \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Les conditions aux limites associées à ce problème sont :

2.1. Cas du domaine simple

Conditions périodiques sur les plans fictifs P_1 et P_3 .

$$\left. \begin{array}{l} \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial n} = 0; \quad T = 1 \\ \text{pour } y = B; \quad 0 \leq x \leq C/2 \text{ et } 3C/2 \leq x \leq 2C \\ \frac{\partial \Psi}{\partial n} = \Psi = 0; \quad T = 0 \\ \text{pour } y = 1; \quad 0 \leq x \leq 2C \\ \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial n} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \text{pour } y = 0; \quad C/2 \leq x \leq 3C/2 \\ \frac{\partial \Psi}{\partial n} = \Psi = 0; \quad T = 1 \\ \text{pour } x = C/2 \text{ et } 3C/2; \quad 0 \leq y \leq B \end{array} \right\} \quad (6)$$

où n indique la normale à une paroi solide et les paramètres géométriques A , B et C sont définis dans la nomenclature.

2.2. Cas du domaine double

Conditions périodiques sur les plans fictifs P_1 et P_4 . Dans chaque DS constituante la moitié du DD, les conditions sur les parois solides sont identiques à celles sus-mentionnées. Le transfert de chaleur à travers la paroi froide du canal est évalué par le nombre de Nusselt normalisé :

$$Nu = \frac{Q}{Q_C} \quad (7)$$

avec

$$Q = 1/A_D \int_0^{A_D} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1} dx \quad (8)$$

où $A_D = A$ pour le domaine simple et $A_D = 2A$ pour le domaine double. Q_C est évalué à l'aide de l'équation (8) pour $Ra = 0$ (conduction pure).

3. MÉTHODE DE RÉSOLUTION

Les équations (1) à (4) sont discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies. Toutes les discrétilisations spatiales sont réalisées à l'aide d'un schéma centré précis au second ordre. L'intégration des équations de conservation (1) et (2) est effectuée à l'aide d'une méthode implicite aux directions alternées (ADI). La résolution de l'équation de Poisson (3) est assurée par la méthode SOR (successive over relaxation) avec un facteur de surrelaxation voisin de 1.8. Afin de satisfaire l'équation de continuité à chaque pas de temps, un critère de convergence relatif à la fonction de courant a été adopté. Ce critère est défini par :

$$\frac{\sum_{i,j} |\Psi_{i,j}^{m+1} - \Psi_{i,j}^m|}{\sum_{i,j} |\Psi_{i,j}^m|}$$

où m désigne le nombre d'itérations.

Des tests préliminaires ont permis de sélectionner un maillage uniforme de 41×41 et 81×41 respectivement pour les domaines simple et double. Ce maillage a été jugé suffisant pour décrire correctement les détails de l'écoulement et la distribution de la température au voisinage des parois solides. Cependant, pour $B = 1/8$ et $Ra \geq 10^6$, un maillage de 129×65 a été utilisé pour le DD afin de s'assurer que la transition vers le régime oscillatoire est bien retardée dans ce cas. Le pas de temps utilisé varie de 2×10^{-4} à 10^{-5} selon les valeurs de Ra et B . Les valeurs de pas choisies dans cette gamme permettent d'éviter d'éventuels problèmes d'instabilités numériques et assurent une convergence du programme vers les solutions stationnaires dans des temps de calcul raisonnables. Le code numérique élaboré est validé en prenant comme référence les résultats obtenus par Hasnaoui *et al.* [6]. D'autres validations du code sont faites avec les solutions de benchmark [7]. Pour Ra variant entre 10^3 et 10^6 , les déviations respectives en termes de Ψ_{max} et Nu ne dépassent pas 1.4 et 2.5%. Qualitativement et quantitativement un excellent accord a été noté. En plus on a procédé à un contrôle du bilan énergétique pour chaque résultat obtenu. La différence maximale entre la quantité de chaleur fournie au fluide par les éléments chauffants et celle perdue à travers la paroi froide ne dépasse pas 3.5%.

4. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Dans la présente étude, les paramètres géométriques A et C sont considérés constants ($A = 1$ et $C = 0.5$) et B est compris entre $1/8$ et $1/2$. Le fluide caloporteur est l'air ($Pr = 0.72$) et le nombre de Rayleigh varie dans la gamme $10^2 \leq Ra \leq 5 \times 10^6$.

4.1. Lignes de courant et isothermes

4.1.1. $B = 1/2$. (a) Cas du domaine simple (DS). Lorsqu'on effectue les calculs en commençant par des nombres de Ra faibles, le régime d'écoulement est, comme on peut s'y attendre, presque conductif. Ainsi, pour $Ra = 10^3$, la Fig. 2(a) indique que les isothermes sont horizontales dans la partie supérieure du domaine, ce qui implique que la circulation du fluide n'est pas assez intense ($\Psi_{ext} = 0.024$) pour déformer le champ de température. Le mouvement du fluide est organisé dans deux cellules symétriques par rapport à la ligne centrale verticale P_2 . La Fig. 2(b) montre que, pour $Ra = 10^4$, la solution devient dissymétrique. La taille de l'une des deux cellules présentes croît au détriment de l'autre et tend à "l'étrangler" dans la partie inférieure de la micro cavité. La cellule affaiblie est contrainte à déborder dans le domaine voisin et cède

en se brisant. Le petit tourbillon ainsi créé au coin inférieur gauche de la cavité augmente de volume avec Ra tout en restant dans la micro cavité et tend de sa part à chasser la grande cellule de la partie inférieure du domaine. Pour $Ra = 10^5$, la Fig. 2(c) montre que la cellule principale résiste difficilement au débordement du tourbillon et la distorsion des isothermes témoigne d'un transfert de chaleur important. Au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de Rayleigh les résultats (non présentés ici) indiquent que la cellule principale est contrainte à son tour à se briser pour laisser dans la partie inférieure droite de la micro cavité une petite cellule de recirculation qui va concurrencer avec le tourbillon déjà existant. L'espace offert par la micro cavité est presque totalement occupé par les cellules secondaires et, tant que le régime stationnaire subsiste, toute augmentation de Ra contribue à augmenter de façon très limitée le volume du deuxième tourbillon secondaire ainsi formé dans la micro cavité. L'espacement des isothermes au milieu du domaine et plus exactement dans les régions qui coïncident avec les centres des cellules est de plus en plus accentué avec Ra indiquant que le transfert de chaleur à travers le milieu du domaine est de plus en plus faible. On peut signaler également que la circulation rapide des tourbillons a tendance à uniformiser la température aux milieux de ceux-ci. D'autre part, il est intéressant de signaler que les solutions dissymétriques favorisent le transfert de chaleur des faces horizontales chaudes vers le fluide (dans la direction verticale). Par contre, l'existence des cellules de recirculation de faibles intensités dans la micro cavité engendre de faibles échanges convectifs entre les parois verticales chaudes et le fluide. La destruction de la symétrie de l'écoulement a été observée dans le passé par Hasnaoui *et al.* [6] en étudiant le problème de la convection naturelle dans des configurations similaires. La nature dissymétrique de la solution pour $Ra \geq 10^4$ montre que le problème admet au moins deux solutions, puisque l'image par rapport à un miroir de chaque solution obtenue est aussi une solution du problème bien que le transfert de chaleur moyen à travers la paroi froide demeure le même pour ces deux solutions particulières. Pour les solutions dissymétriques, le régime d'écoulement du fluide devient instationnaire pour $Ra > 5 \times 10^6$.

En raison de la multiplicité des solutions, celles discutées auparavant seront appelées de type S_1 . Les calculs effectués sur le domaine simple ont montré qu'il est possible de trouver d'autres solutions pour $Ra \geq 2.5 \times 10^4$ en utilisant des conditions initiales appropriées. Ces solutions seront appelées de type S_2 . Ainsi, pour $Ra = 10^5$ il est possible d'obtenir une solution symétrique et bicellulaire comme indiqué sur la Fig. 2(d). La gamme de Ra pour laquelle on obtient des solutions symétriques est comprise entre 2.5×10^4 et 8×10^5 (non compris) avec une faible dissymétrie pour $3 \times 10^5 \leq Ra \leq 5 \times 10^5$. Les différences relatives entre Ψ_{\max} et Ψ_{\min} qui caractérisent les intensités des deux cellules en présence ne dépassent pas 4% dans le cas des solutions faiblement dissymétriques (résultats

non présentés ici). Le nombre de Rayleigh critique caractérisant la transition d'un régime stationnaire vers un régime oscillatoire périodique est très voisin de 8×10^5 . Cette valeur est nettement très inférieure à celle obtenue pour les solutions de type S_1 qui restent stationnaires jusqu'à $Ra = 5 \times 10^6$. A signaler que l'échange thermique est important entre les parois verticales chaudes et le fluide pour les solutions de type S_2 . Par contre, les parois horizontales des blocs intéragissent faiblement avec le fluide qui, arrivé à leur niveau, est déjà chauffé par les parois verticales.

Pour $10^4 \leq Ra < 2.5 \times 10^4$, la seule solution possible est dissymétrique et ceci indépendamment des conditions initiales. Pour s'assurer de l'inexistence de solutions symétriques dans cette gamme de Ra on a initialisé le programme à partir de solutions symétriques obtenues pour des Ra plus élevés. D'autres essais ont été aussi effectués en considérant la moitié du domaine simple (région entre P_1 et P_2) avec des conditions d'une solution symétrique sur la frontière P_2 . Ainsi, pour $Ra = 2 \times 10^4$ la solution symétrique bicellulaire obtenue est introduite comme condition initiale dans le domaine d'étude pour le même Ra . Cette solution a été trouvée instable car elle se détruit après un certain temps pour laisser la place à la solution dissymétrique, plus stable. L'évolution de cette solution est illustrée sur la Fig. 3(a, b) présentant respectivement les variations de Q et Ψ_{\max} en fonction du temps. La solution symétrique se maintient jusqu'à un temps adimensionnel de 5 et bascule vers une solution dissymétrique stable. Pour s'assurer de la stabilité de la solution dissymétrique, l'exécution du programme a été prolongée jusqu'à un temps adimensionnel égal à 20. D'après ces résultats, il est évident que l'utilisation de l'hypothèse d'une solution symétrique (Jacobs *et al.* [4, 5]) dans ce genre de problèmes impose des solutions symétriques qui sont potentiellement instables et rend impossible l'obtention de solutions dissymétriques et stables.

(b) Cas du Domaine double (**DD**). Théoriquement, toute solution du domaine simple est solution du domaine double et non l'inverse. Cependant, il est intéressant de vérifier si toutes les solutions du domaine simple sont stables dans le domaine double. Pour tous les nombres de Rayleigh considérés, les solutions dissymétriques de type S_1 sont des solutions stables dans le domaine double. Par contre, la stabilité des solutions de type S_2 dans le **DD** a été obtenue uniquement pour $Ra < 5 \times 10^5$. Ainsi, une initialisation du programme par une solution de type S_2 dans la zone instable ($Ra \geq 5 \times 10^5$) conduit à des solutions de type S_3 symétriques par rapport à P_3 mais globalement non symétriques par rapport à P_2 comme on peut voir sur la Fig. 4 pour $Ra = 7 \times 10^5$. Pour illustrer cette instabilité, on a reproduit par translation la solution S_2 du **DS** dans le **DD** pour $Ra = 7 \times 10^5$ et on l'a utilisée comme condition initiale dans les calculs numériques. L'évolution de la solution dans le **DD** est présentée sur la Fig. 5(a, b) respectivement en termes de Q et Ψ_{\max} en fonction du temps. On peut voir que

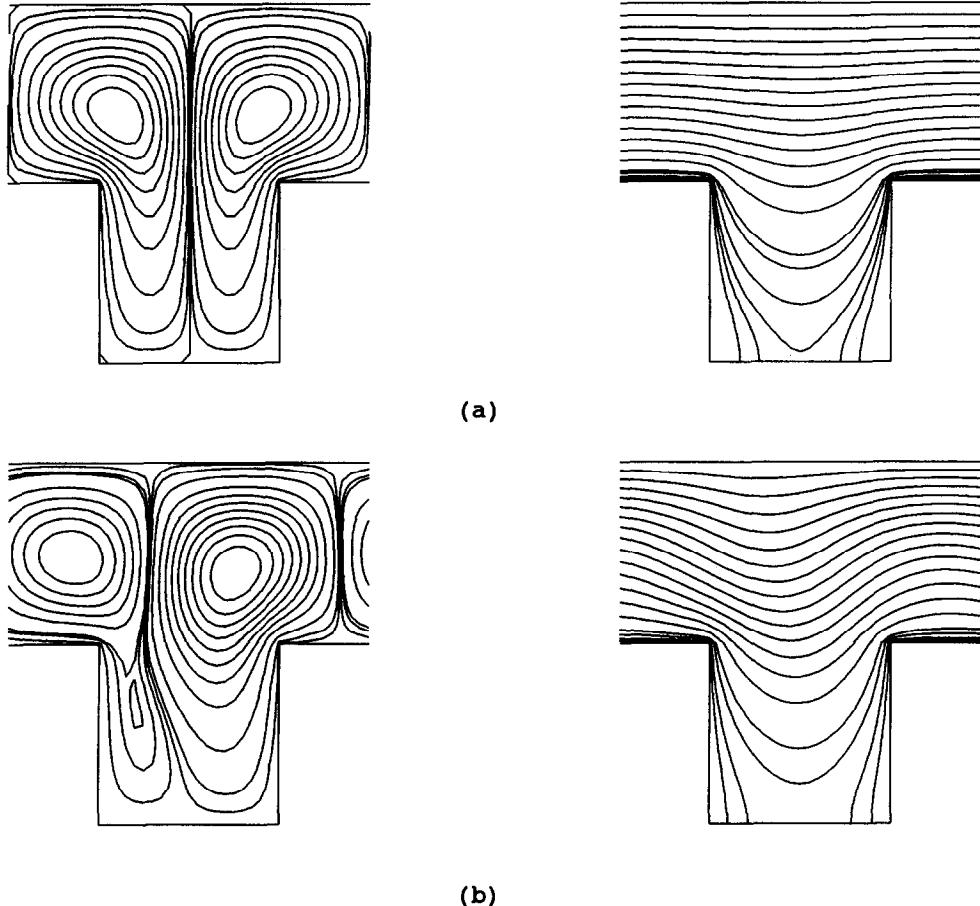


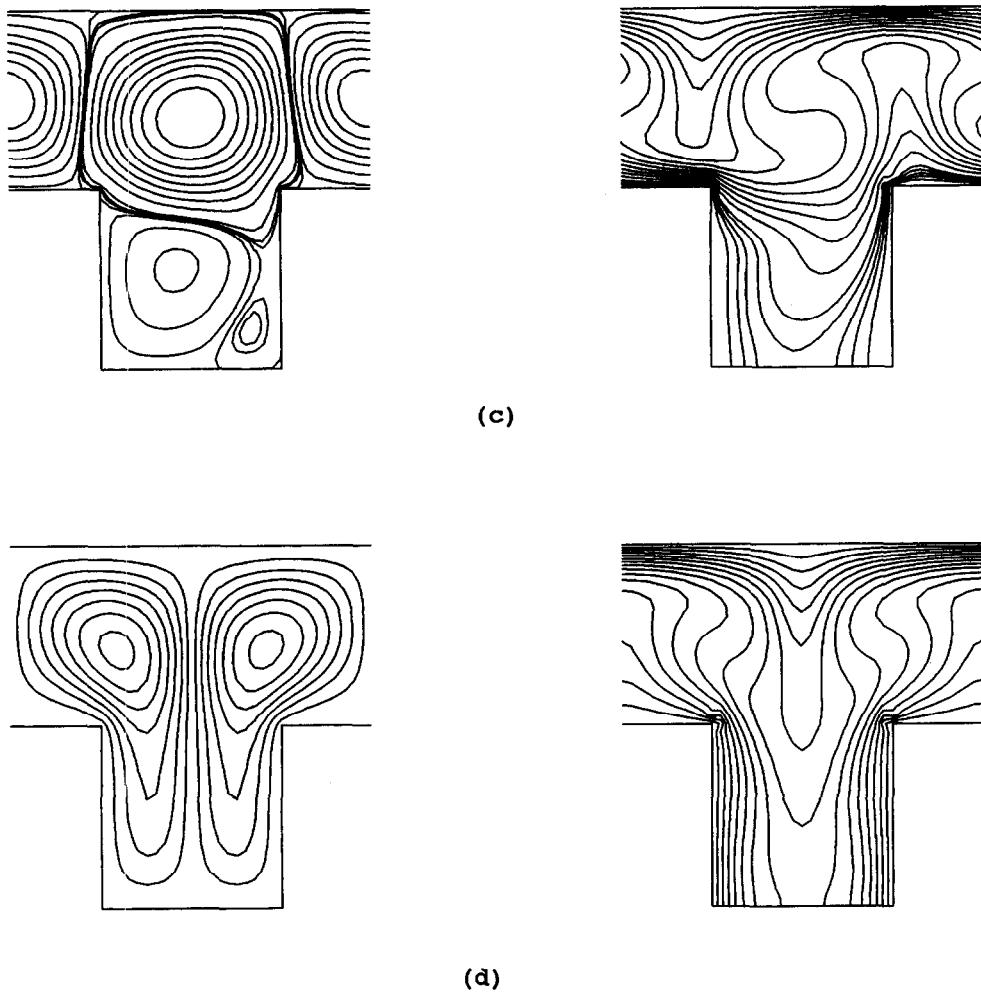
Fig. 2. Lignes de courant et isothermes pour $B = 1/2$ (solutions de type S_1) : (a) $Ra = 10^3$, $\Psi_{\text{ext}} = 0.024$; (b) $Ra = 10^4$, $\Psi_{\text{max}} = 0.765$ et $\Psi_{\text{min}} = -1.16$; (c) $Ra = 10^5$, $\Psi_{\text{max}} = 9.89$ et $\Psi_{\text{min}} = -13.64$; et (d) $Ra = 10^5$, $\Psi_{\text{ext}} = 11.00$.

la solution du DS subsiste jusqu'à $t = 0.5$ et se détruit ensuite pour converger vers la solution S_3 de la Fig. 4. La transition des solutions de type S_3 vers les régimes oscillants est légèrement retardée par rapport aux solutions de type S_2 ; elle a lieu environ pour $Ra = 9 \times 10^5$.

En plus des solutions discutées dans les sections précédentes, il est possible d'avoir des solutions de type S_4 , symétriques par rapport à P_3 (impossible à obtenir dans le domaine simple) en utilisant des conditions initiales appropriées. Ces solutions s'obtiennent pour $Ra \geq 5 \times 10^4$ et deviennent instationnaires pour $Ra > 2 \times 10^6$. Des lignes de courant et des isothermes typiques sont présentées sur la Fig. 6 pour $Ra = 10^5$. On peut noter dans chaque moitié du domaine la présence d'une grande cellule remplissant tout l'espace disponible au dessus de chaque micro cavité et deux cellules de recirculation se partageant, de manière inégale, l'espace offert par la micro cavité. Lorsque le nombre de Rayleigh est accru les résultats indiquent que la plus petite des cellules de recirculation augmente sensiblement de taille au dépend de la cellule voisine alors que la cellule principale reste qualitativement sans grand changement mais quantitativement,

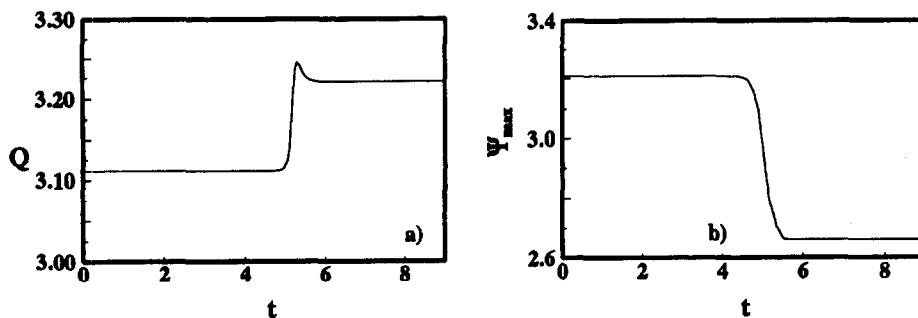
augmente d'intensité. Sur le Tableau 1 on présente de manière résumée toutes les informations concernant les solutions obtenues pour $B = 1/2$. Finalement, il est utile de préciser que dans des travaux antérieurs, la multiplicité des solutions a été démontrée numériquement [8–11] et expérimentalement [12]. Lorsque des solutions multiples existent, le choix des perturbations initiales détermine l'état final de l'écoulement.

4.1.2. $B = 1/4$ et $1/8$. (a) Domaine simple. Les solutions typiques obtenues pour $B = 1/4$ sont présentées sur la Fig. 7(a), à c). Pour des nombres de Rayleigh faibles, l'écoulement est symétrique et bicellulaire comme illustré sur la Fig. 7(a) pour $Ra = 5 \times 10^3$. La conduction est le mode de transfert de chaleur dominant. En effet les isothermes sont horizontales dans la partie supérieure du domaine et la circulation du fluide est faible ($\Psi_{\text{ext}} = 0.91$). En augmentant Ra , les effets de cisaillement aux coins de la micro cavité favorisent la destruction de la symétrie de l'écoulement lorsque $Ra \geq 6 \times 10^3$. La nouvelle structure de l'écoulement est montrée sur la Fig. 7(b) pour $Ra = 10^4$. On note la présence d'une petite cellule de recirculation dans le coin inférieur droit de la micro cavité due à la destabilisation de la solution symétrique.

Fig. 2—*continued.*

que (à rappeler que la solution symétrique peut être obtenue en utilisant la moitié du domaine mais cette dernière est instable dans le domaine simple). La dissymétrie ainsi trouvée ne se maintient que pour Ra compris entre 6×10^3 et 10^4 . En effet, pour $Ra > 10^4$ la symétrie est à nouveau récupérée, cependant la solution n'est plus bicellulaire mais quadracellulaire comme on peut le voir sur la Fig. 7(c) pour $Ra = 5 \times 10^4$. L'écoulement est constitué par deux

petites cellules de recirculation remplissant l'espace offert dans la micro cavité et deux grandes cellules dans la partie supérieure. Dans le cas des grandes cellules, le mouvement ascendant du fluide sur l'axe P_2 est induit par le biais des frictions visqueuses exercées par les petites cellules dont le sens du mouvement est imposé par les effets thermiques. La distortion des isothermes dans ce cas montre que les mouvements convectifs sont importants. En augmentant davantage

Fig. 3. Evolution de Q et Ψ_{\max} en fonction du temps pour $B = 1/2$ et $Ra = 2 \times 10^4$: transition de la solution symétrique instable vers la solution dissymétrique stable.

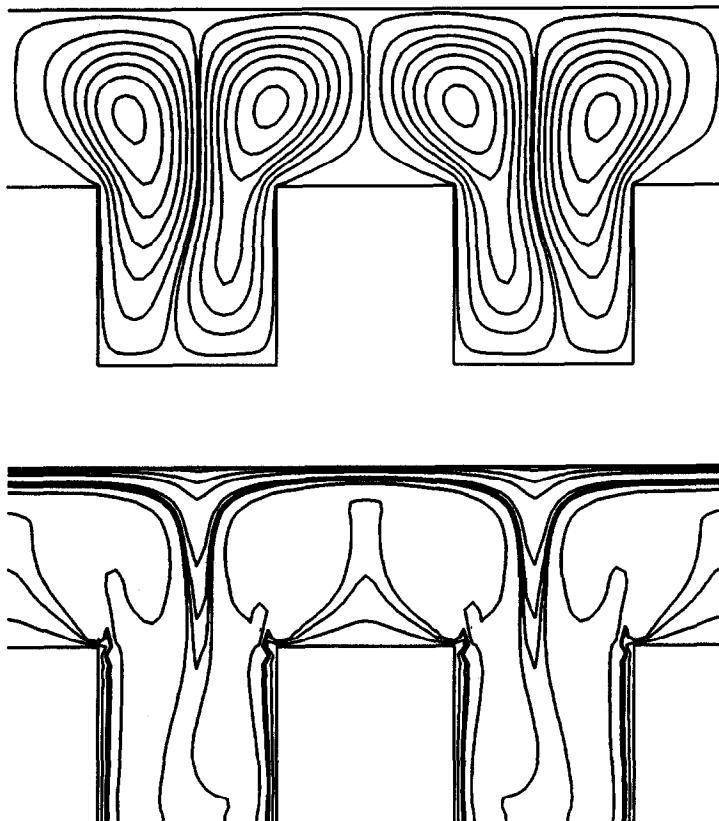


Fig. 4. Lignes de courant et isothermes pour $B = 1/2$ et $Ra = 7.10^5$: solution de type S_3 (stable dans DD); $\Psi_{\text{ext}} = 31.00$.

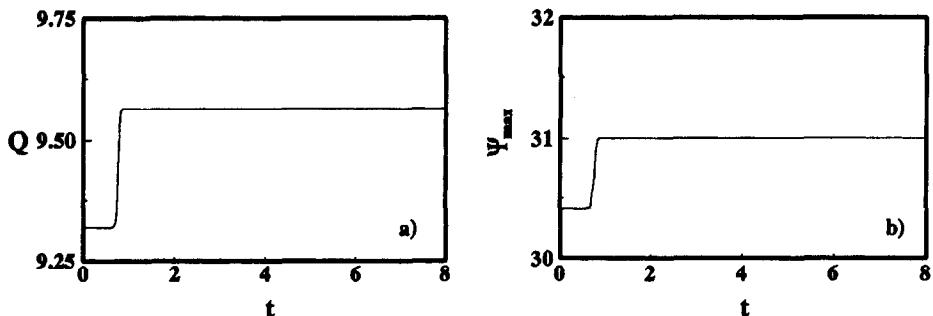


Fig. 5. Evolution de Q et Ψ_{max} en fonction du temps pour $B = 1/2$ et $Ra = 7.10^5$: transition de la solution de type S_2 instable vers la solution de type S_3 stable dans DD.

Ra , la solution devient instationnaire pour $Ra \geq 8 \times 10^4$. Il est intéressant de noter aussi que l'utilisation de la moitié du domaine avec les conditions de symétrie permet d'avoir deux solutions symétriques pour $Ra = 5 \times 10^4$: l'une bicellulaire et l'autre quadracellulaire. La solution bicellulaire a été trouvée instable dans le domaine simple. Elle se détruit lorsqu'elle est utilisée comme condition initiale pour laisser la place à la solution quadracellulaire. Un autre inconvénient de l'utilisation de la moitié du domaine réside dans le fait qu'il ne permet pas de prédire correctement le nombre de Ra critique de transition vers des régimes instationnaires. En effet, on a trouvé dans le présent cas que l'utilisation des conditions de symétrie main-

tiennent le régime stationnaire même lorsque Ra atteint 10^6 , alors que les conditions de périodicité donnent un régime instationnaire pour $Ra \geq 8 \times 10^4$.

Pour $B = 1/8$, les résultats obtenus sont qualitativement similaires à ceux de $B = 1/4$ avec un décalage pour la gamme de Ra correspondant à la solution dissymétrique ($6 \times 10^3 \leq Ra \leq 8 \times 10^3$) et une légère précipitation de la transition vers le régime oscillatoire ($Ra \geq 6 \times 10^4$).

(b) Domaine double. Toutes les solutions du domaine simple (notées S_1 par la suite), ont été trouvées stables dans le domaine double. Les nombres de Rayleigh de transitions vers les régimes oscillants ont été trouvés aussi identiques à ceux du DS. Par ailleurs

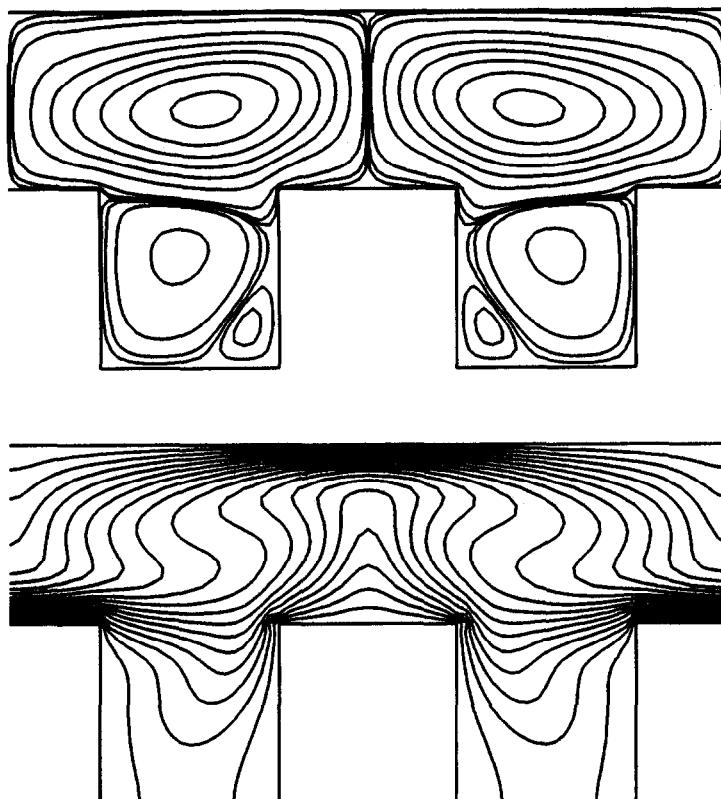


Fig. 6. Lignes de courant et isothermes pour $B = 1/2$ (solution de type S_4): $Ra = 10^5$, $\Psi_{ext} = 12.86$.

Tableau 1. Différentes solutions obtenues pour $B = 1/2$

Type de solution	S_1	S_2		
(a) DS				
Solution obtenue pour :	$Ra \leq 5 \times 10^6$	$2.5 \times 10^4 \leq Ra < 8 \times 10^5$		
Ra_t	$\approx 6 \times 10^6$	$\approx 8 \times 10^5$		
Structure de l'écoulement	symétrique bicellulaire pour $Ra < 10^4$; dissymétrique pour $Ra \geq 10^4$	symétrique bicellulaire avec une légère dissymétrie pour $3 \times 10^5 \leq Ra \leq 5 \times 10^5$		
(b) DD				
Type de solution	S_1	S_2	S_3	S_4
Solution obtenue pour :	$Ra \leq 5 \times 10^6$	$2.5 \times 10^4 \leq Ra < 5 \times 10^5$	$5 \times 10^5 \leq Ra < 9 \times 10^5$	$5 \times 10^4 \leq Ra \leq 2 \times 10^6$
Ra_t	$\approx 6 \times 10^6$	transition vers S_3	$\approx 9 \times 10^5$	$\approx 3 \times 10^6$
Structure de l'écoulement	identique à S_1 du DS	identique à S_2 du DS	symétrique/ P_3 ; non symétrique/ P_2	symétrique/ P_3 ; non symétrique/ P_2

l'utilisation des conditions initiales appropriées permet l'obtention d'autres solutions non observables dans le DS ; elles seront notées S_2 . Ces solutions correspondent à $Ra \geq 4 \times 10^3$ et $Ra \geq 3 \times 10^3$ respectivement pour $B = 1/4$ et $B = 1/8$. Pour $B = 1/4$, les lignes de courant et les isothermes typiques de cette solution sont montrées sur la Fig. 8(a à c). Pour $Ra = 10^4$, la Fig. 8(a) montre que l'écoulement principal est constitué de deux grandes cellules occupant presque la totalité du domaine et deux petites cellules de recir-

culation localisées dans un coin inférieur de chaque micro cavité. En augmentant Ra , les petites cellules augmentent de volume au détriment des cellules principales et tendent à les chasser des micro cavités pour occuper tout l'espace disponible entre les blocs. Ceci est illustré sur la Fig. 8(b), pour $Ra = 10^5$. Pour $Ra = 10^6$, la Fig. 8(c) montre que les deux cellules principales ont cédé en se brisant pour donner naissance à deux petits tourbillons dans les coins inférieurs des micro cavités. Il est clair que les solutions de type

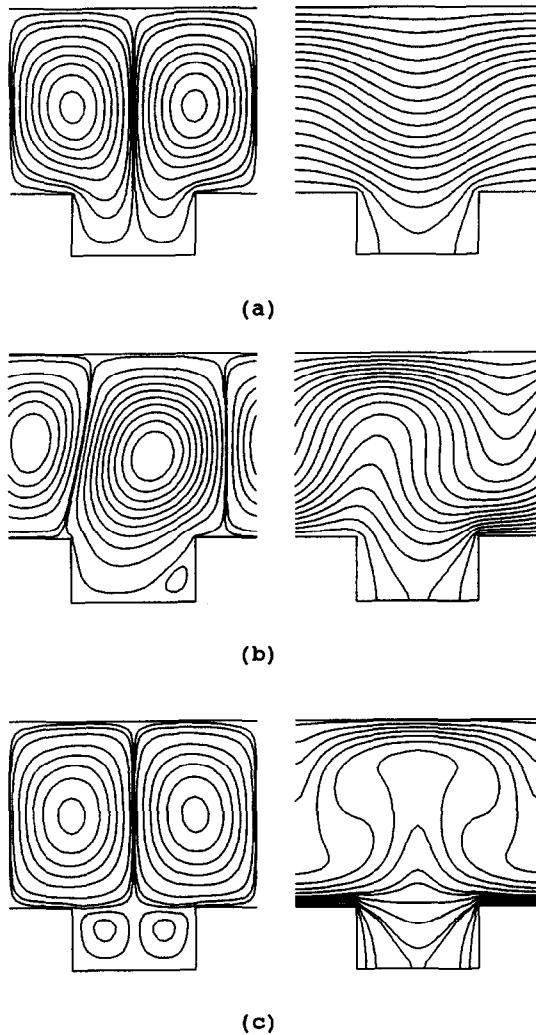


Fig. 7. Lignes de courant et isothermes pour $B = 1/4$ (solutions de type S_1) : (a) $Ra = 5 \cdot 10^3$, $\Psi_{\text{ext}} = 0.91$; (b) $Ra = 10^4$, $\Psi_{\text{max}} = 3.99$ et $\Psi_{\text{min}} = -2.49$; et (c) $Ra = 5 \cdot 10^4$, $\Psi_{\text{ext}} = 10.73$.

S_2 ont un comportement similaire à celui des solutions de type S_4 obtenues pour $B = 1/2$. On peut noter aussi que l'espacement des isothermes est de plus en plus prononcé dans le voisinage du centre de chaque demi-domaine quand Ra augmente en raison de l'augmentation de la vitesse de circulation des cellules principales. Finalement, il reste à signaler que les solutions de type S_2 demeurent stationnaires pour $Ra \leq 2 \times 10^6$.

Pour $B = 1/8$, des résultats qualitativement similaires à ceux de $B = 1/4$ sont obtenus pour des Ra relativement faibles ($Ra \leq 10^5$). Cependant, le fait que l'espace réservé pour le développement des petites cellules est réduit dans ce cas (faible hauteur des blocs), celles-ci n'ont pas réussi à briser les cellules principales même pour un Ra aussi élevé que 10^6 , comme il est montré sur la Fig. 9(a). De plus pour $Ra > 10^6$, on a constaté l'apparition de deux très petites cellules dans les coins supérieurs du domaine. La Fig. 9(b) correspondant à $Ra = 5 \times 10^6$ illustre cette constatation. Les solutions

de type S_2 restent stationnaires pour des $Ra \leq 5 \times 10^6$. On note que la transition vers des régimes oscillants pour ce type de solutions est retardée pour $B = 1/8$, alors que c'est l'inverse qui se produit pour les solutions de type S_1 . Un maillage plus fin de 129×65 a été utilisé pour $B = 1/8$ et des $Ra \geq 10^6$ pour s'assurer que cette transition est réellement retardée. Les détails concernant les différentes solutions obtenues pour $B = 1/4$ et $1/8$ sont présentés dans le Tableau 2.

4.2. Transfert de chaleur

Les variations du nombre de Nusselt moyen, Nu , en fonction du nombre de Rayleigh, Ra , sont présentées sur la Fig. 10(a) pour $B = 1/2$ et différentes solutions obtenues. La conduction reste le mode de transfert de chaleur dominant jusqu'à $Ra \approx 10^4$. L'effet de la convection naturelle se manifeste pour des nombres de Rayleigh supérieurs à cette valeur. Le phénomène de bifurcation est observé pour $Ra > 3 \times 10^4$. Le nombre de Nusselt dépend alors du type de la solution obtenue. Les solutions de types S_2 et S_3 donnent des nombres de Nusselt très voisins. Cependant, les transitions vers des régimes oscillants pour ces deux type de solutions ont lieu respectivement pour $Ra = 8 \times 10^5$ et 9×10^5 . Le transfert de chaleur résultant d'une solution de type S_2 ou S_3 est sensiblement meilleur à celui obtenu pour une solution dissymétrique de type S_1 pour $3 \times 10^4 \leq Ra \leq 5 \times 10^5$. En effet, dans le cas de la solution symétrique S_2 , le fluide refroidi au niveau de la plaque froide (fluide à la périphérie des deux cellules) descend dans la partie centrale du domaine et pénètre jusqu'au fond de la cavité pour remonter ensuite le long des parois verticales chaudes des blocs. Il en résulte un bon transfert de chaleur dans la direction horizontale entre ces parois verticales et le fluide, caractérisé par un resserrement des isothermes au voisinage de ces parois. La direction principale de l'écoulement périphérique au niveau des coins de la micro cavité, lorsque le fluide la quitte, est inclinée par rapport à l'horizontale ce qui conduit à un mauvais transfert de chaleur (dans la direction verticale) le long des faces horizontales des blocs. Dans le cas des solutions dissymétriques, les cellules principales sont localisées dans la moitié supérieure du domaine et le transfert de chaleur est important dans la direction verticale, le long des faces horizontales des blocs et au niveau de la sortie de la micro cavité. Les cellules principales sont responsables de la majeure partie de transfert de chaleur dans la cavité. Pour des nombres de Rayleigh relativement faibles, les mouvements secondaires du fluide dans la micro cavité sont de faible intensité il s'en suit que la chaleur cédée par les faces verticales des micro cavités est faible et la chaleur qui traverse la paroi froide provient essentiellement des parois horizontales des blocs. Ainsi, puisque ce sont les faces verticales qui, pour une grande part, contribuent au transfert de chaleur dans le cas des solutions symétriques et comme l'aire totale de ces faces est double de celle des faces horizontales, il en résulte que le transfert de chaleur est meilleur pour ces solutions. Cependant,

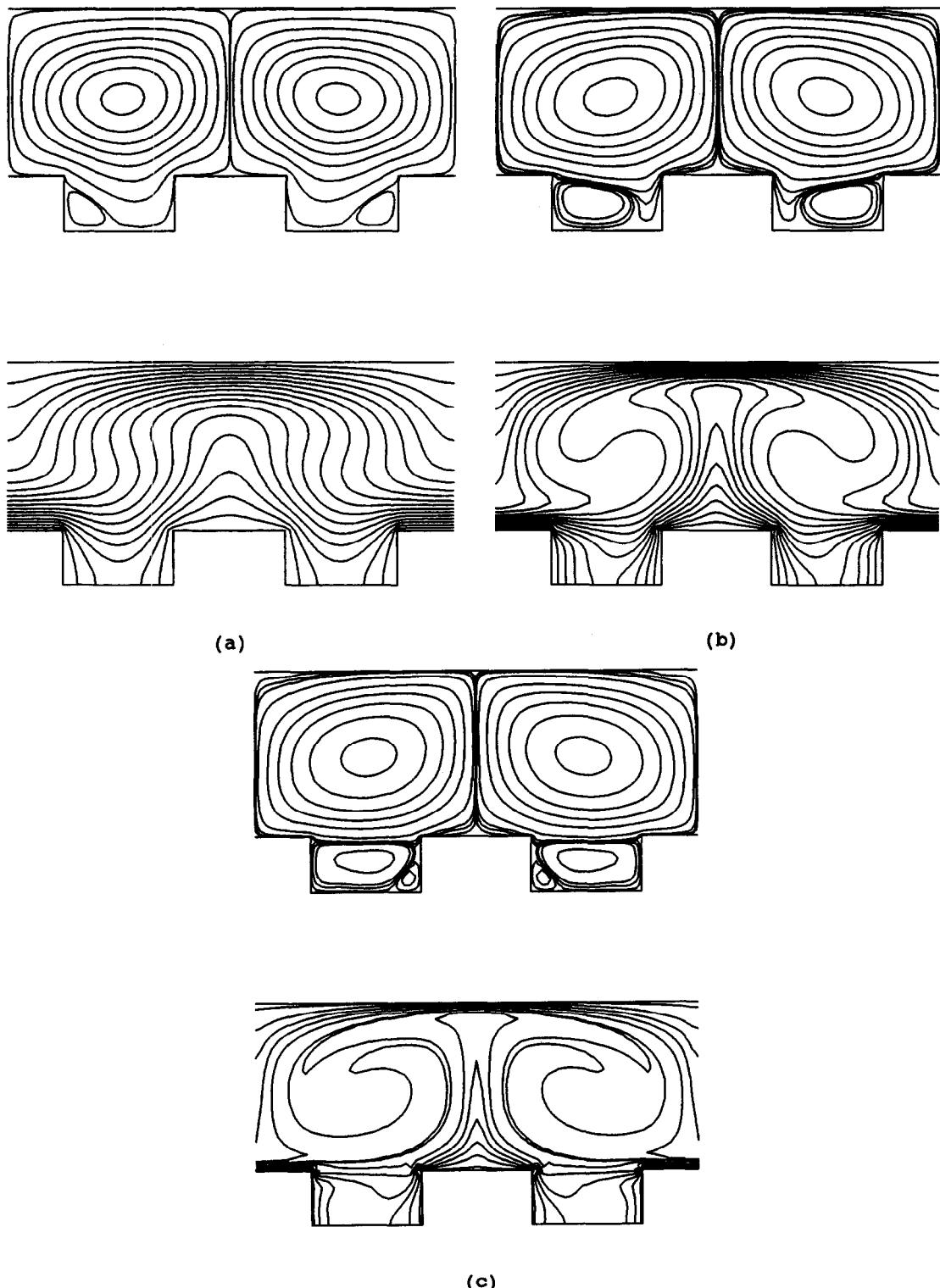


Fig. 8. Lignes de courant et isothermes pour $B = 1/4$ (solutions de type S_2) : (a) $Ra = 10^4$, $\Psi_{\text{ext}} = 5.90$; (b) $Ra = 10^5$, $\Psi_{\text{ext}} = 23.8$; et (c) $Ra = 10^6$, $\Psi_{\text{ext}} = 78.31$.

à mesure que Ra augmente l'intensité du mouvement secondaire dans la micro cavité augmente dans le cas des solutions dissymétriques et la contribution des faces verticales au transfert de chaleur est de plus en

plus favorisée. On a noté (résultats non présentés ici) que lorsque Ra passe de 5×10^5 à 10^6 , le resserrement des isothermes s'accentue dans la région où se fait l'évacuation de la chaleur cédée par les faces verticales.

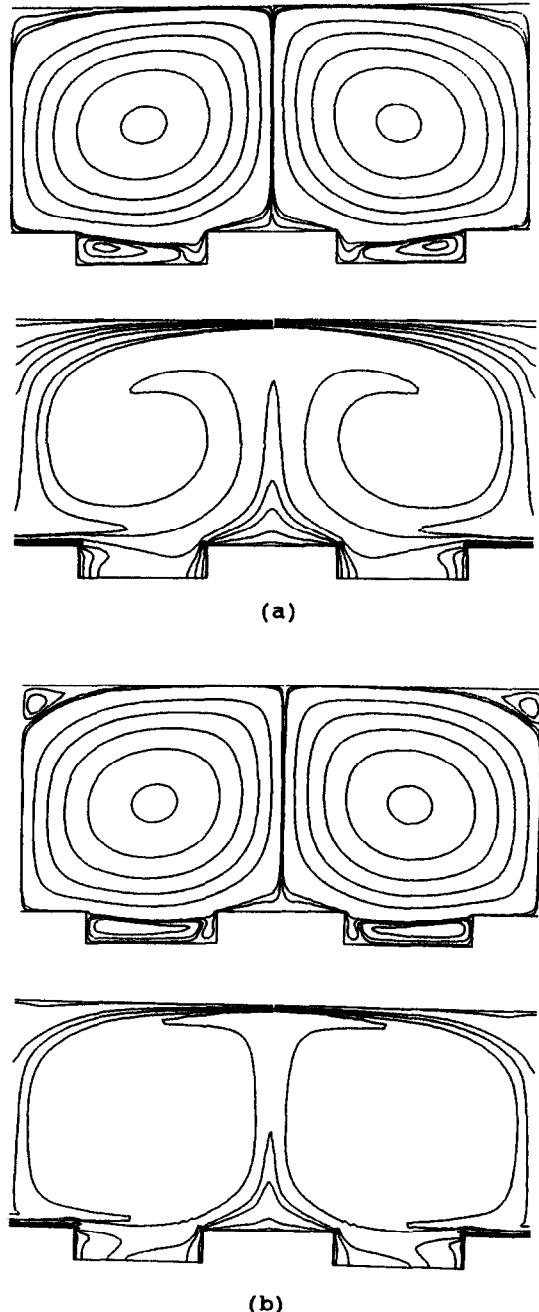


Fig. 9. Lignes de courant et isothermes pour $B = 1/8$ (solutions de type S_2): (a) $Ra = 10^6$, $\Psi_{ext} = 95.0$; et (b) $Ra = 5.10^6$, $\Psi_{ext} = 212.2$.

Pour la solution symétrique, la nature de la circulation du fluide défavorise toujours le transfert le long des faces horizontales. Ainsi, peut-on déduire que la solution symétrique ne favorise que le transfert de chaleur le long des faces verticales alors que la solution dissymétrique tend à le favoriser le long de toutes les faces chaudes. C'est pourquoi l'évacuation de la chaleur est meilleure pour les solutions de type S_1 lorsque Ra est élevé.

La Fig. 10(a) montre également que les solutions de type S_4 (solutions du DD), réduisent considérablement le transfert de chaleur (la différence maximale étant de l'ordre de 25%). En effet, la présence d'une grande cellule dans la partie supérieure du domaine prolonge le séjour du fluide responsable du transfert de chaleur (périmétrie de la cellule) au voisinage des faces chaudes ce qui diminue sa capacité d'échange de chaleur avec celles-ci et par conséquent les pertes à travers la paroi froide sont plus faibles. La répartition du fluide entre plusieurs cellules dans les autres types de solutions fait que la circulation du fluide porteur de la chaleur entre les faces chaudes et la face froide est plus rapide (i.e. diminution du temps de séjour du fluide au voisinage de la face chaude) ce qui favorise le transfert de chaleur.

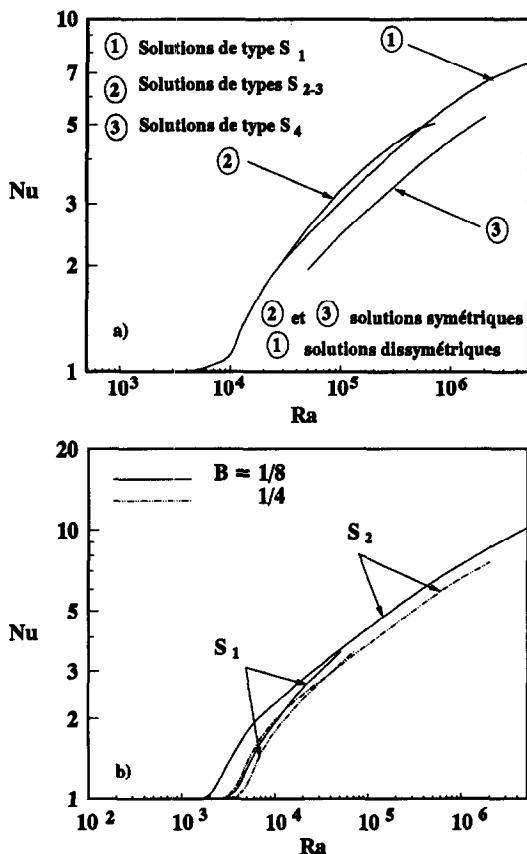
Les variations de Nu en fonction de Ra pour $B = 1/8$ et $1/4$ sont montrées sur la Fig. 10(b). Pour chaque type de solution, le transfert de chaleur est favorisé pour $B = 1/8$. De même, pour B donné, les solutions de type S_2 conduisent en général à un meilleur transfert de chaleur malgré la nature multicellulaire des solutions de type S_1 pour $B = 1/4$. Ces observations sont en désaccord avec celles faites pour $B = 1/2$ (Fig. 10(a)) lorsqu'on a comparé les solutions de types S_2 et S_4 . En effet, pour expliquer ces différences de comportement, il suffit de comparer les intensités des cellules de recirculation induites dans chaque cas. Pour $B = 1/2$, si on considère $Ra = 10^5$, par exemple, la plus grande cellule de la solution S_4 a une intensité $\Psi_{max} = 12.86$. Pour les cellules de la solution S_2 on a une intensité $\Psi_{max} = 11.0$ pour chaque cellule. Les mouvements du fluide sont alors plus importants pour la solution de type S_2 qui est constituée de 4 cellules d'intensités comparables contre deux cellules principales et des cellules secondaires pour la solution de type S_4 . Pour $B = 1/4$ et $Ra = 5 \times 10^3$, $\Psi_{max} = 2.72$ pour la solution de type S_2 contre 0.91 pour la solution de type S_1 . Ceci explique le fait que les solutions de type S_2 engendrent un meilleur transfert de chaleur. Cependant, l'écart relatif de l'intensité des écoulements engendrés par les deux solutions diminue avec Ra . Ainsi, si on considère $Ra = 5 \times 10^4$, $\Psi_{max} = 16.4$ et 10.73, respectivement, pour les solutions de type S_2 et S_1 . L'écart relatif est donc considérablement réduit par comparaison au cas précédent (les mouvements du fluide sont même plus importants dans le dernier cas puisqu'on a 2 cellules principales par domaine élémentaire). Il s'ensuit que le transfert de chaleur dû à S_1 devient supérieur à celui de S_2 pour $Ra > 4 \times 10^4$. Les résultats obtenus pour $B = 1/8$ sont qualitativement comparables à ceux de $B = 1/4$.

5. CONCLUSION

L'étude numérique de la convection naturelle laminaire dans un canal horizontal infini, contenant une infinité de blocs chauffants isothermes et régulièrement répartis sur sa paroi inférieure a porté essentiellement sur l'influence du nombre de Rayleigh et sur

Tableau 2. Différentes solutions obtenues pour $B = 1/4$ et $1/8$

Solution	S_1	S_1		
(a) DS				
B	$1/4$	$1/8$		
Solution obtenue pour :	$Ra < 8 \times 10^4$	$Ra < 6 \times 10^4$		
Ra_c	$\approx 8 \times 10^4$	$\approx 6 \times 10^4$		
Structure de l'écoulement	symétrique bicellulaire pour $Ra < 6 \times 10^3$ dissymétrique pour $6 \times 10^3 \leq Ra \leq 10^4$ symétrique quadracellulaire pour $Ra > 10^4$	symétrique bicellulaire pour $Ra < 6 \times 10^3$ dissymétrique pour $6 \times 10^3 \leq Ra \leq 8 \times 10^3$ symétrique quadracellulaire pour $Ra > 8 \times 10^3$		
(b) DD				
Type de solution	S_1	S_1	S_2	S_2
B	$1/4$	$1/8$	$1/4$	$1/8$
Solution obtenue pour :	$Ra < 8 \times 10^4$	$Ra < 6 \times 10^4$	$4 \times 10^3 \leq Ra \leq 2 \times 10^6$	$3 \times 10^3 \leq Ra \leq 5 \times 10^6$
Ra_c	$\approx 8 \times 10^4$	$\approx 6 \times 10^4$	3×10^6	6×10^6
Structure de l'écoulement	identique à S_1 du DS	identique à S_1 du DS	symétrique/ P_3 ; non symétrique/ P_2	symétrique/ P_3 ; non symétrique/ P_2

Fig. 10. Variation de Nusselt en fonction de Ra pour différentes solutions : (a) $B = 1/2$; et (b) $B = 1/4$ et $1/8$.

l'influence du domaine de calcul sur la structure de l'écoulement et sur le transfert de chaleur en régime stationnaire. Pour $B = 1/2$, les solutions sont uniques et symétriques et le transfert de chaleur est dominé par conduction pour $Ra < 10^4$. Les solutions obtenues

sont dissymétriques pour $Ra \geq 10^4$ et $Ra < 2.5 \times 10^4$. Pour $Ra \geq 2.5 \times 10^4$ on obtient deux solutions : une solution dissymétrique qui reste stationnaire pour $Ra \leq 5 \times 10^6$ et une solution symétrique qui devient instationnaire pour $Ra \geq 8 \times 10^5$ dans le cas du DS et pour $Ra \geq 9 \times 10^5$ dans le cas du DD. De plus la solution 'symétrique' du DS (légèrement dissymétrique pour la gamme de Ra entre 3×10^5 et 5×10^5) est instable dans le domaine double pour $Ra \geq 5 \times 10^5$. Elle est remplacée par une autre solution symétrique par rapport à P_3 . Le domaine double permet d'avoir des solutions symétriques par rapport à P_3 qui ne sont pas solutions du DS. Ces solutions réduisent considérablement le transfert de chaleur et elles sont obtenues pour Ra compris entre 5×10^4 et 2×10^6 .

L'étude a montré qu'il y a absence de solutions multiples dans le domaine simple pour $B = 1/4$ et $1/8$. Les solutions trouvées sont symétriques et bicellulaires pour des Ra relativement faibles. Elles deviennent dissymétriques pour une mince gamme de Ra et redeviennent ensuite symétriques et quadracellulaires au delà de cette gamme de Ra . Le DD permet d'obtenir, en plus des solutions du DS, d'autres solutions symétriques par rapport à P_3 . Ces solutions favorisent le transfert de chaleur et retardent considérablement les transitions vers les régimes oscillatoires. Quoique le domaine élémentaire compris entre les lignes fictives P_1 et P_3 soit un module représentatif dans la configuration périodique considérée, il ne permet d'obtenir que des champs d'écoulement et de température qui respectent la nature des conditions aux limites qui lui sont imposées sur ces lignes. Ceci explique l'impossibilité d'obtenir toutes les solutions du DD qui ne vérifient pas les conditions de périodicité dans le DS et montre les limitations du DS s'il est choisi comme domaine de calcul. Finalement, malgré les précautions prises dans le traitement numérique de ce problème, un support expérimental reste cependant vivement

souhaitable pour mieux élucider les différents points discutés dans cette étude.

REFERENCES

1. Moffat, R. J. and Ortega, A., Buoyancy induced forced convection. In *Heat Transfer in Electronic Equipment*, ASME HTD-Vol. 57, 1986, pp. 135–144.
2. Lin, T. Y. and Hsieh, S. S., Natural convection of opposing/assisting flows in vertical channels with asymmetrically discrete heated ribs. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1990, **33**(10), 2295–2309.
3. Raji, A., Hasnaoui, M. et Zrikem, Z., Convection mixte dans un canal incliné de longueur finie contenant des obstacles et chauffé de manière isotherme et discrète. *Revue Générale de Thermique Française*, 1995, **399**, 202–209.
4. Jacobs, H. R., Mason, W. E. and Hikida, E. T., Natural convection in open rectangular cavities, Paper NC 3.2. *Heat Transfer*, Vol. III, 1974, pp. 90–94.
5. Jacobs, H. R. and Mason, W. E., Natural convection in open cavities with adiabatic side-walls. *Proceedings of the 1976 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute*. Stanford University Press, 1976, pp. 33–46.
6. Hasnaoui, M., Bilgen, E. and Vasseur, P., Natural convection above an array of open cavities heated from below. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 1990, **18**, 463–482.
7. De Vahl Davis, G. and Jones, I. P., Natural convection in a square cavity: a comparison exercise. *International Journal of Numerical Methods of Fluids*, 1983, **3**, 227–248.
8. Sen, M., Vasseur, P. and Robillard, L., Multiple steady states for unicellular natural convection in an inclined porous layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1987, **30**(10), 2097–2113.
9. Islam, M. R. and Nandakumar, K., Transient convection in saturated porous layers with internal heat sources. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1990, **31**(1), 151–161.
10. Ramos, E., Castrejón, A. and Gordon, M., Natural convection in a two-dimensional square loop. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1990, **33**(5), 917–930.
11. Hasnaoui, M., Bilgen, E. and Vasseur, P., Natural convection heat transfer in rectangular cavities partially heated from below. *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1992, **6**(2), 255–264.
12. Buretta, R. J. and Berman, A. S., Convective heat transfer in a liquid saturated porous layer. *Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics*, 1976, **47**, 249–253.

THE MULTIPLICITY OF SOLUTIONS DUE TO NATURAL CONVECTION IN A REPETITIVE GEOMETRY

Abstract—The fluid flow and heat transfer induced by natural convection in an infinite horizontal channel containing an indefinite number of uniformly spaced rectangular blocks on its lower wall (repetitive geometry) is studied numerically. The blocks are heated at constant temperature T_C and connected with adiabatic surfaces. The upper wall of the channel is maintained cold at a temperature T_F ($T_F < T_C$). The working fluid is air ($Pr = 0.72$). The parameters governing this problem are the Rayleigh number ($10^2 \leq Ra \leq 5 \times 10^6$) and the relative height of the blocks ($1/8 \leq B = h'/H' \leq 1/2$). The effect of the computational domain choice on the multiplicity of solutions is studied. The effect of each solution on the flow and the heat transfer is examined. This investigation shows that the symmetry of the flow is not always maintained although the boundary conditions for this problem are symmetrical. For a given set of the governing parameters, the difference between two multiple solutions in terms of the heat transfer may reach 25%. © 1997 Elsevier Science Ltd.